

# ANALISIS DINAMICO EN ROTURA DE ESTRUCTURAS LAMINARES Y TRIDIMENSIONALES DE HORMIGON ARMADO

M. CERVERA\*

y

E. HINTON\*\*

\* *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería  
Barcelona, España*

\*\* *Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Gales,  
Swansea, Reino Unido*

## RESUMEN

En este artículo se presenta un modelo computacional tridimensional para el análisis dinámico en condiciones extremas de estructuras de hormigón armado. El modelo contempla la discretización de la ecuación dinámica de equilibrio en el tiempo (integración directa paso-a-paso), la discretización espacial (elementos isoparamétricos sólidos con armado), y un modelo constitutivo que incluye fisuración a tracción, viscoplasticidad y aplastamiento a compresión, sensibilidad a la velocidad de deformación y degradación progresiva por daño acumulado.

## SUMMARY

In this paper, a three dimensional computational model for the nonlinear transient dynamic analysis of reinforced concrete structures is presented. The model considers the discretization in the time domain of the equation of equilibrium (direct integration), the spatial discretization (isoparametric solid elements with reinforcement), and a constitutive model which includes cracking in tension, viscoplasticity and crushing in compression, strain-rate sensitivity and strength degradation due to accumulated damage.

## INTRODUCCION

En los últimos años el campo de aplicación del hormigón como material de construcción se ha visto extendido a tipologías estructurales que antes se reservaban a otros materiales. Hoy se construyen en hormigón puentes de gran luz, estructuras off-shore, contenedores de sustancias peligrosas, estructuras de protección de reactores nucleares, etc. Las nuevas técnicas de construcción y la peligrosidad potencial de estas estructuras construidas en hormigón requieren métodos de diseño y análisis con un índice de fiabilidad que los métodos clásicos no pueden proporcionar.

Los procedimientos de diseño distinguen entre estados de servicio y estados últimos o "de rotura". Para analizar los estados de servicio es usual hacer hipótesis simplificativas, como comportamiento elástico, por ejemplo, a la hora de evaluar tensiones de trabajo.

Recibido: Febrero 1987

En diseño clásico, estas tensiones se relacionan con las tensiones en rotura a través de factores de seguridad. Este procedimiento es claramente inadecuado, ya que en estructuras complejas la redistribución de tensiones debida a efectos no lineales puede producir una distribución de tensiones en rotura que guarde muy poca relación con la de las tensiones de servicio. Otros métodos, como los métodos plásticos, asumen la formación de un mecanismo de colapso y calculan la carga última, o un límite inferior de ésta, usando hipótesis simplificadoras. Aunque estos métodos si proporcionan un "factor de seguridad" real, no siempre es posible usarlos. En estructuras de cierta complejidad no se puede determinar con fiabilidad el mecanismo de colapso, y menos aún, la distribución de tensiones en rotura. Además, en el hormigón las cargas últimas y tensiones son normalmente dependientes de la historia y los métodos anteriores no pueden ser exactos.

Estas consideraciones, válidas para análisis estático o cuasiestático, son aún más críticas en análisis dinámico. Estructuras sometidas a condiciones de carga dinámica extremas tales como impactos, explosiones o excitación sísmica requieren un análisis directo no lineal.

El método de los elementos finitos y la existencia de ordenadores electrónicos ha permitido a proyectistas y calculistas estructurales ocuparse del amplio rango de problemas de análisis que las nuevas técnicas de construcción plantean. Desde que en 1967 se presentó el primer modelo de elementos finitos para una viga de hormigón armado, se han desarrollado muchos modelos computacionales para sistemas bi- y tridimensionales, vigas, placas y láminas de hormigón. Progresivamente, más y más fenómenos del comportamiento mecánico del hormigón se han incluido en los análisis, haciendo uso de los modelos constitutivos existentes (elasticidad lineal y no lineal, elastoplasticidad, elasto-viscoplasticidad, etc.) A medida que se han ido conociendo mejor los mecanismos resistentes del hormigón, se han desarrollado nuevos modelos, como los basados en las teorías endocrónica y de fractura plástica, y los modelos imbricados y multilaminados.

El uso del método de los elementos finitos ha actuado como catalizador en el desarrollo de modelos constitutivos e idealizaciones estructurales avanzados. Ahora es posible rastrear la respuesta de un sistema estructural a través del rango de servicio y hasta la carga última. En el campo dinámico es posible integrar directamente la ecuación de equilibrio y obtener la respuesta paso a paso de la estructura. Sin embargo, la naturaleza altamente no lineal da la respuesta de las estructuras de hormigón armado ha demostrado ser un auténtico reto a los métodos clásicos de resolución de ecuaciones no lineales.

En este artículo presentamos un modelo computacional que permite resolver los diversos problemas que se plantean en un análisis de esta naturaleza. Las discretizaciones temporales y espaciales utilizadas son suficientemente conocidas y se incluyen sólo breves descripciones. El modelo constitutivo se trata en mayor detalle, al ser éste, generalmente, el eslabón más débil de la cadena que constituye el análisis estructural. Se presenta además un ejemplo de aplicación que demuestra las posibilidades del modelo.

### **Ecuación de equilibrio dinámico**

Utilizando el principio de los trabajos virtuales y suponiendo el sistema estructural discretizado espacialmente según el proceso standard<sup>1</sup> se puede escribir la ecuación simidiscreta de equilibrio como:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{p}(\mathbf{d}, \dot{\mathbf{d}}) = \mathbf{f} \quad (1)$$

donde  $\mathbf{d}$ ,  $\dot{\mathbf{d}}$  y  $\ddot{\mathbf{d}}$  son vectores de desplazamiento, velocidades y aceleraciones nodales, respectivamente.  $\mathbf{M}$  es la matriz de masa del sistema,  $\mathbf{f}$  es el vector de fuerzas externas, y  $\mathbf{p}$  representa las fuerzas resistentes internas.

No se ha incluido en la ecuación (1) el término correspondiente a las fuerzas viscosas,  $\mathbf{C} \dot{\mathbf{d}}$ . Su efecto se puede incluir en el modelo que a continuación se describe sin ninguna complicación adicional.

Las fuerzas internas,  $\mathbf{p}$ , se calculan según la expresión

$$\mathbf{p}(\mathbf{d}, \dot{\mathbf{d}}) = \int_V \mathbf{B}^T \underline{\underline{g}}(\underline{\underline{\epsilon}}, \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}) dV \quad (2)$$

donde  $\mathbf{B}$  es la matriz incremental de transformación deformación-desplazamiento,  $\underline{\underline{g}}$  es el vector de tensiones,  $\underline{\underline{\epsilon}}$  y  $\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}$  son los vectores de deformación y velocidad de deformación, y  $V$  es el volumen total.

El modelo material que se describe en este artículo, es no lineal, dependiente del estado de deformación y la velocidad de deformación ( $\sigma = \sigma(\underline{\underline{\epsilon}}, \dot{\underline{\underline{\epsilon}}})$ ). Además, los efectos de no linealidad material producen una disipación de energía que proporciona un modelo con amortiguamiento a nivel constitutivo.

La matriz de masa global  $\mathbf{M}$  se obtiene como ensamblaje de las matrices elementales  $\mathbf{M}^e$  en la forma standard<sup>1</sup>. Las matrices  $\mathbf{M}$  y  $\mathbf{M}^e$  se llaman "consistentes" cuando se calculan según la expresión

$$\mathbf{M}^e = \int_{V^e} \mathbf{N}^T \rho \mathbf{N} dV \quad (3)$$

donde  $\mathbf{N}$  es una matriz de funciones de forma y  $\rho$  es la densidad del material. Sin embargo, a menudo es conveniente desde el punto de vista computacional obtener una matriz de masa formalmente diagonal.

De entre los muchos esquemas propuestos para obtener matrices de masa diagonales, en este trabajo se elige el propuesto por Hinton et al.<sup>2</sup>, consistente en escalar el término diagonal de la matriz consistente de forma que se conserve la masa total del elemento:

$$\bar{M}_i = \frac{M_{ii} M}{\sum M_{ii}} \quad (4)$$

Aunque la diagonalización de la matriz de masa pueda distorsionar las frecuencias naturales del sistema, resultados presentados por Bicanic<sup>3</sup> para elementos bidimensionales, y Surana<sup>4</sup> para elementos de lámina, demuestran que las frecuencias mejoran sensiblemente con el refinamiento de malla, y que incluso mallas relativamente groseras proporcionan resultados aceptables dentro de límites ingenieriles.

## DISCRETIZACION ESPACIAL

La modelización del hormigón requiere la adecuada representación del hormigón y del acero del armado. En este trabajo el hormigón se modela usando elementos finitos hexahédricos con tres desplazamientos como grados de libertad por nodo. Se

asume adherencia perfecta entre el armado y el hormigón circundante. Esta hipótesis de compatibilidad de desplazamientos y deformaciones entre hormigón y acero permite que el armado se incluya como parte integrante del elemento tridimensional. La rigidez y las fuerzas internas del armado se suman a las del hormigón para obtener la rigidez y fuerzas totales del elemento. Cada grupo de barras se representa como una membrana bidimensional de espesor equivalente, colocada dentro del elemento de tal forma que una de las coordenadas isoparamétricas sea constante. Un típico elemento con armado se muestra en la Fig. 1.

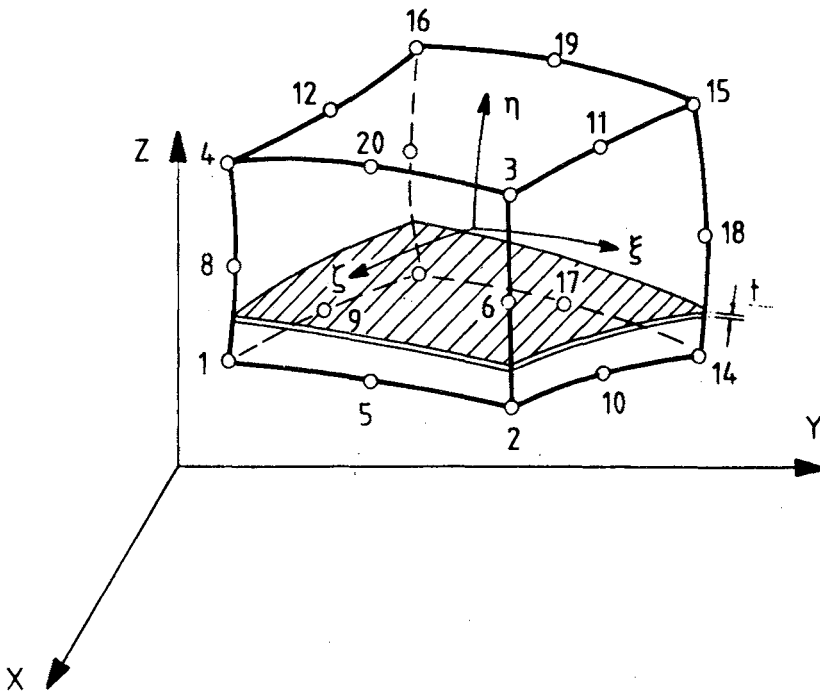


Figura 1. Elemento tridimensional de 20 nodos con armado.

Aunque esta forma de representación del armado ha demostrado ser adecuada en la mayoría de las aplicaciones, existen casos (por ejemplo, en problemas de torsión) en las que es necesario reproducir más exactamente la distribución "discreta" de las barras de armado. Es factible incluir dentro de la presente formulación tales casos<sup>5, 6</sup>, sin la mayor complejidad que la necesidad de una entrada de datos algo más tediosa.

De entre los elementos finitos hexahédricos disponibles los más populares son el trilineal de 8 nodos, y los cuadráticos de 20 y 27 nodos (serendípito y lagrangiano, respectivamente). Dado que en este trabajo pretendemos discretizar estructuras laminares utilizando un solo elemento a través del espesor, el elemento de 8 nodos no resulta adecuado. Los elementos de 20 y 27 nodos, por el contrario, han resultado ser eficientes, e incluso competitivos con sus correspondientes elementos de lámina "degenerados". El incremento en grados de libertad del elemento tridimensional queda compensado por la menor complejidad de su formulación. Estudios numéricos realizados con ambos elementos<sup>5, 7</sup>, demuestran que éstos presentan el conocido bloqueo para relaciones

luz/espesor elevadas. De un detallado análisis de estos estudios se desprende que es aconsejable limitar la relación luz/espesor de los elementos de 20 nodos a un máximo de 25 cuando la flexión es predominante. El elemento de 27 nodos presenta el mismo fenómeno para relaciones mucho más elevadas, del orden de 200, por lo que, a pesar de su mayor coste, es necesario utilizarlo en aquellas situaciones en que la relación  $l/h$  sea superior a 25.

Las integrales de volumen que aparecen en las ecuaciones (matrices de masa y rigidez, vector de fuerzas internas) se calculan mediante integración numérica. Una regla especial con 15 puntos de integración<sup>8</sup> se utiliza en vez de la tradicional regla de Gauss con  $3 \times 3 \times 3$  puntos. Con esto se consigue reducir casi al 50% el coste de la evaluación de las integrales sin perder exactitud. La distribución de los puntos de integración sobre el volumen se muestra en la Fig. 2.

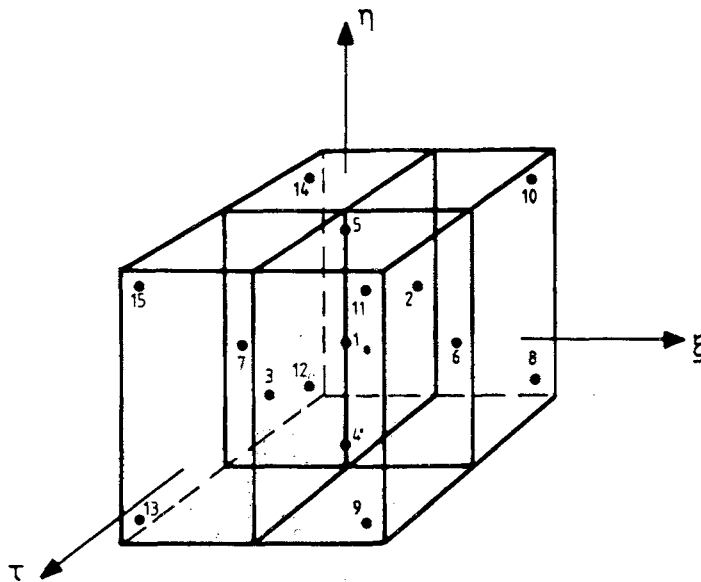


Figura 2. Distribución de los puntos de integración.

Es de destacar que, mientras el elemento de 20 nodos no presenta ningún mecanismo de energía nula al ser integrado utilizando esta regla especial de 15 puntos, el elemento de 27 nodos presenta tres valores propios nulos (además de los seis correspondientes a movimientos de sólidos rígido)<sup>5</sup>. Se recomienda, por tanto, utilizar la clásica regla gaussiana de 27 puntos con el elemento lagrangiano.

## MODELO DEL MATERIAL

### Modelo elasto/viscoplástico para hormigón

Resultados experimentales demuestran que un modelo del material análisis dinámico de hormigón debe ser dependiente de la historia y velocidad de carga. Bicanic<sup>3</sup> propuso un modelo elasto/viscoplástico dependiente de la velocidad de deformación y con degradación progresiva de la resistencia debida al daño acumulado. Este modelo se diferencia del modelo elasto/viscoplástico clásico de Perzyna<sup>9</sup> en dos aspectos:

- a) el parámetro de fluencia no es constante, sino que depende de la velocidad de deformación elástica, y  
 b) se introduce el concepto de superficie límite para controlar el daño causado por el flujo viscoplástico.

Las superficies de fluencia,  $F_o$ , y límite,  $F_f$ , se describen en este trabajo en función de los dos primeros invariantes de tensión,  $I_1$ , y  $J_2$ , de la forma:

$$\begin{aligned} F_o(\sigma, \sigma_o) &= cI_1 + (c^2 I_1^2 + 3\beta J_2)^{1/2} - \sigma_o = 0 \\ F_f(\sigma, \sigma_f) &= cI_1 + (c^2 I_1^2 + 3\beta J_2)^{1/2} - \sigma_f = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Los valores  $c = 0.355$  y  $\beta = 1.355$  concuerdan bien con los resultados experimentales de Kupfer<sup>10</sup>.

Mientras la trayectoria de tensiones permanece dentro de la superficie de fluencia el comportamiento del hormigón es elástico. Cuando la trayectoria de tensiones sale fuera de la superficie de fluencia empieza el comportamiento viscoplástico, y las superficies  $F_o$  y  $F_f$  varían, al variar las tensiones  $\sigma_o$  y  $\sigma_f$  que definen su posición. Si se considera endurecimiento,  $\sigma_o$  crece con el trabajo viscoplástico, y  $F_o$  se expande. Por el contrario  $\sigma_f$  decrece con el daño acumulado, y  $F_f$  se contrae. La superficie límite es sólo un elemento de control para definir cuando ocurre el colapso del material. Cuando la tensión alcanza esta superficie se inicia la degradación progresiva del material, y la superficie de fluencia empieza a contraerse. La Fig. 3 ilustra el proceso.

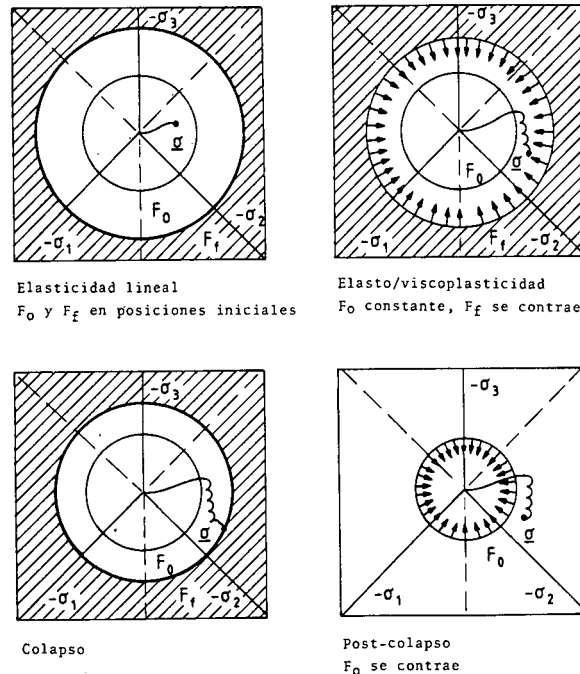


Figura 3. Evolución de las superficies de fluencia y de colapso.

En este trabajo no se incluye endurecimiento, y se escoge una función exponencial para representar el comportamiento post-colapso. Por tanto, la tensión  $\sigma_o$  viene dada por:

$$\begin{aligned} \sigma_o(W_p, k) &= \alpha_1 f'_c & W_p &\leq W_p^f \\ \sigma_o(W_p, k) &= \alpha_1 f'_c \exp\{-\alpha_c k\} & W_p &> W_p^f \end{aligned} \quad (6)$$

donde  $\alpha_1$  define el límite del comportamiento elástico (típicamente  $\alpha_1 = 0.3 - 0.4$ ) y  $\alpha_c$  modela la velocidad de degradación post-colapso.  $f'_c$  es la resistencia a compresión del hormigón.  $W_p$  es el trabajo viscoplástico acumulado y  $W_p^f$  su valor en el elemento de colapso. El parámetro  $k$  es igual al trabajo viscoplástico tras el colapso, es decir,  $k = W_p - W_p^f$ . La tensión límite,  $\sigma_f$ , se supone función lineal del trabajo viscoplástico:

$$\sigma_f(W_p) = \beta_o f'_c (1 - \beta_1 W_p) \quad 0 < W_p \leq W_p^f \quad (7)$$

donde  $\beta_o$  y  $\beta_1$  se determinan experimentalmente. La regla de flujo viscoplástico puede escribirse:

$$\dot{\epsilon}_{vp} = \gamma(\dot{\epsilon}_c) \langle \phi(F_o) \rangle \mathbf{n}_o \quad (8)$$

donde  $\mathbf{n}_o$  es un vector normal a la superficie de fluencia, y  $\phi(F_o)$  se define como:

$$\phi(F_o) = \frac{F_o}{\alpha_1 f'_c} \quad (9)$$

El parámetro de fluencia depende de la velocidad de deformación elástica a través de la función exponencial

$$\gamma(\dot{\epsilon}_e) = a_o (\dot{\epsilon}_e^{eff})^{a_1} \quad (10)$$

donde  $a_o$  y  $a_1$  se determinan experimentalmente. La deformación elástica efectiva se define como

$$\epsilon_e^{eff} = (3 J'_2 / (1 + \nu)^2)^{1/2} \quad (11)$$

La deformación viscoplástica continua hasta el aplastamiento del hormigón. El aplastamiento es un tipo de fractura controlado por la deformación. A falta de datos experimentales sobre la deformación última del hormigón en estados multiaxiales de deformación, se selecciona el siguiente criterio:

$$3 \beta J'_2 = \epsilon_u^2 \quad (12)$$

donde  $J'_2$  es el segundo invariante de deformación y  $\epsilon_u$  es un valor de deformación última extrapolable de tests uniaxiales. Cuando el hormigón alcanza la superficie de aplastamiento pierde toda su rigidez y es incapaz de transmitir tensiones.

### Modelo de fisuración

El hormigón a tracción se modela en este estudio como un material elasto/frágil con una rama de descarga. El criterio de máxima deformación de tracción se utiliza para distinguir entre régimen elástico y fisuración. Si la máxima deformación principal supera un valor límite, se forma una fisura en el plano perpendicular a dicha deformación. A partir de ese momento, el hormigón deja de ser isótropo y se considera ortótropo con los ejes materiales coincidiendo con las direcciones principales de deformación. Al fisurarse el hormigón no relaja la tensión normal a la fisura de forma instantánea. Los primitivos modelos que suponían tal relajación instantánea no dan resultados convergentes, es decir no son independientes del tamaño de elemento utilizado. Esta dificultad se evita si el modelo de descarga incorpora una medida objetiva de la energía disipada en el proceso de fractura. En el presente modelo, el relajamiento de tensión en la fisura se modela con una función exponencial (Fig. 4).

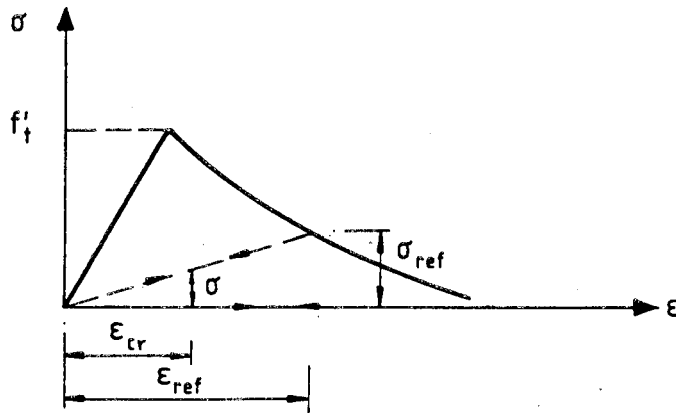


Figura 4. Post-fisuración, Curva unidimensional tensión-deformación.

$$\sigma = f'_t \exp \left\{ -(\epsilon - \epsilon_{cr}) / \alpha \right\} \quad (13)$$

donde  $\epsilon_{cr}$  es la deformación de fisuración,  $f'_t$  es una resistencia nominal a tracción ( $f'_t = E_o \epsilon_{cr}$ ),  $\epsilon$  es la deformación nominal en la zona fisurada y  $\alpha$  es un parámetro de descarga. Dicho parámetro se calcula como

$$\alpha = (G_f - \frac{1}{2} \epsilon_{cr} f'_t l_c) / l_c f'_t > 0 \quad (14)$$

donde  $G_f$  es la energía de fractura del hormigón y  $l_c$  es una longitud característica asociada al punto de integración considerado y la dirección de fisuración<sup>11</sup>. Como primera aproximación no direccional, dicha longitud característica puede tomarse como la raíz cúbica del volumen asociado al punto considerado.

La fisuración del hormigón afecta también a su capacidad de transferir tensiones de cortante. Debido a fenómenos tales como la fricción entre los áridos y la presencia del



armado, el hormigón fisurado retiene un módulo de cortante que puede relacionarse con el módulo inicial de forma

$$G = \beta_c G_o \quad (15)$$

donde  $\beta_c$  es un valor entre 0 y 1 que puede tomarse como constante o relacionarlo a la deformación normal a la fisura de forma que el valor de  $\beta_c$  decrezca a medida que la fisura se abre<sup>7</sup>.

Durante el proceso de carga una fisura previamente abierta puede empezar a cerrarse y eventualmente cerrarse completamente o abrirse de nuevo. El modelo que aquí se describe permite cerrar y reabrir las fisuras existentes según la trayectoria secante representada en la Fig. 4. Una vez que una fisura se cierra completamente el hormigón recupera su rigidez inicial en la dirección normal a la fisura.

### Comportamiento a compresión del hormigón fisurado

En el presente modelo la fisuración se considera un fallo parcial y no afecta a la rigidez y tensiones en las direcciones paralelas al plano de la fisura. En tales direcciones puede aparecer fisuración secundaria si las deformaciones de tracción exceden el valor límite. Por el contrario, si dichas direcciones están comprimidas, el material puede entrar en régimen viscoplástico.

Para cada punto de integración se siguen los siguientes pasos para determinar los incrementos de tensión correspondientes a un incremento de deformación dado:

- a) se evalúan las deformaciones totales, las deformaciones elásticas y las tensiones totales,
- b) se verifica la formación de fisuras primarias o secundarias según el estado de deformación. Si el punto fisura se modifican las tensiones en concordancia,
- c) se verifica la condición de fluencia — si se está en régimen viscoplástico se modifican las variables de estado en concordancia, y
- d) se verifica la condición de aplastamiento — si la deformación equivalente supera el valor máximo admisible se anulan todas las componentes de tensión.

### Modelo elasto/viscoplástico para el acero

Se considera que el acero sólo puede resistir tensiones en la dirección de las barras. Por lo tanto, el modelo constitutivo para el acero es uniaxial. El modelo elasto/viscoplástico seleccionado depende de la velocidad de deformación. La velocidad de deformación viscoplástica se calcula:

$$\dot{\epsilon}_{vps} = \pm \gamma (\dot{\epsilon}_s) (|\sigma_s| - f_Y) / f_Y \quad (16)$$

donde  $\sigma_s$  es la tensión en el acero y  $f_Y$  es la tensión de fluencia. La dependencia del parámetro de fluencia con la velocidad de deformación es análoga a la del hormigón, ecuación (10).

## DISCRETIZACION TEMPORAL

La descripción del elemento utilizado y del modelo constitutivo que se adopta permiten formular, para cada tiempo, la ecuación semidiscreta de equilibrio (1). Para integrar dicha ecuación en el tiempo se adopta en este estudio el método de Newmark de integración directa paso a paso<sup>12</sup>. En este método, suficientemente conocido, la ecuación de equilibrio se escribe para el instante  $t_{n+1}$  como

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}}_{n+1} + \mathbf{p}_{n+1} (\mathbf{d}_{n+1}, \dot{\mathbf{d}}_{n+1}) = \mathbf{f}_{n+1} \quad (17)$$

y se hace la siguiente hipótesis asociada a la variación de desplazamiento y velocidades nodales dentro de un típico incremento de tiempo:

$$\mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{d}_n + \Delta t \dot{\mathbf{d}}_n + \frac{\Delta t^2}{2} [(1 - 2\beta) \ddot{\mathbf{d}}_n + 2\beta \ddot{\mathbf{d}}_{n+1}] \quad (18)$$

$$\dot{\mathbf{d}}_{n+1} = \dot{\mathbf{d}}_n + \Delta t [(1 - \gamma) \ddot{\mathbf{d}}_n + \gamma \ddot{\mathbf{d}}_{n+1}]$$

donde  $\mathbf{d}_n$ ,  $\dot{\mathbf{d}}_n$  y  $\ddot{\mathbf{d}}_n$  son valores conocidos correspondientes en el tiempo  $t_n$ .

Con estas hipótesis se puede establecer el algoritmo implícito en su forma de predicción-corrección que permite avanzar del tiempo  $t_n$  al  $t_{n+1}$ <sup>13</sup>.

Para empezar el procedimiento de integración paso-a-paso se necesitan, como condiciones iniciales, los valores de los desplazamientos y velocidades nodales,  $\mathbf{d}_0$  y  $\dot{\mathbf{d}}_0$ . Las aceleraciones iniciales se obtienen resolviendo (17) para  $t=0$ .

$$\ddot{\mathbf{d}}_0 = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{f}_0 - \mathbf{p}(\mathbf{d}_0, \dot{\mathbf{d}}_0)) \quad (19)$$

En el caso de utilizar matriz de masa diagonal, la resolución de (17) resulta trivial.

## EJEMPLO DE APLICACION

**Extructura exterior de planta nuclear sometida a impacto de avión.**

En este ejemplo se estudia el efecto del impacto horizontal de un avión (Boeing 707-320) en la estructura exterior de protección de una planta nuclear (contenedor General Electric mark 3). La geometría, armado y función de carga se especifican en la Fig. 5.

Las propiedades de los materiales se dan en la Tabla 1. La zona de impacto tiene un área de 28 m<sup>2</sup>. La carga alcanza un valor máximo de 9.000 toneladas. Debido a la simetría del problema sólo es necesario discretizar media estructura para sus análisis. La malla empleada consta de 52 elementos, refinada localmente en la zona de impacto. El incremento de tiempo utilizado es 1/50 del período fundamental de la extructura ( $T = 0.23$  sec).

La Figura 6 muestra las curvas desplazamiento horizontal - tiempo para tres puntos de la estructura para dos valores distintos de la deformación de fisuración. Puede observarse que el incluir efectos no lineales en el modelo del material amplifica la respuesta en desplazamientos, y alarga el período aparente, al hacerse la estructura más flexible.

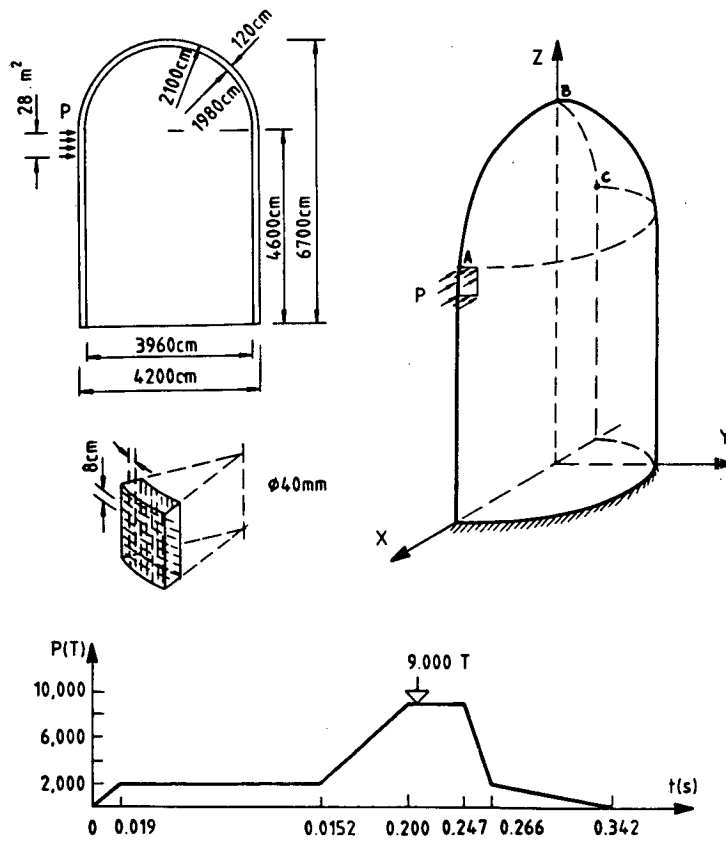


Figura 5. Geometría, armado y función de carga del contenedor nuclear.

HORMIGÓN		
Módulo de Young	$E_c$	= 200000.
Módulo de Poisson,	$\nu$	= 0.17
Tensión máxima compresión,	$f'$	= 350.
Deformación última compresión,	$\epsilon_{cu}$	= 0.0035
Densidad,	$\rho$	= .245-05
Deformación de fisuración,	$\epsilon_{cr}$	= variable
Energía de fractura,	$G_f$	= 0.2000
Parámetros de fluencia,	$a_o$	= 0.3055
	$a_1$	= 0.7600
Par. superficie fluencia,	$\alpha_1$	= 0.40
	$\alpha_c$	= 10.
Par. superficie límite,	$\beta_o$	= 1.84
	$\beta_1$	= 1.09
ACERO		
Módulo de Young,	$E_s$	= 2100000.
Tensión de fluencia,	$f_y$	= 4600.
Parámetros de fluencia,	$a_o$	= 1.539
	$a_1$	= 0.971

Tabla 1. Propiedades de los materiales para contenedor nuclear (cm., kg.).

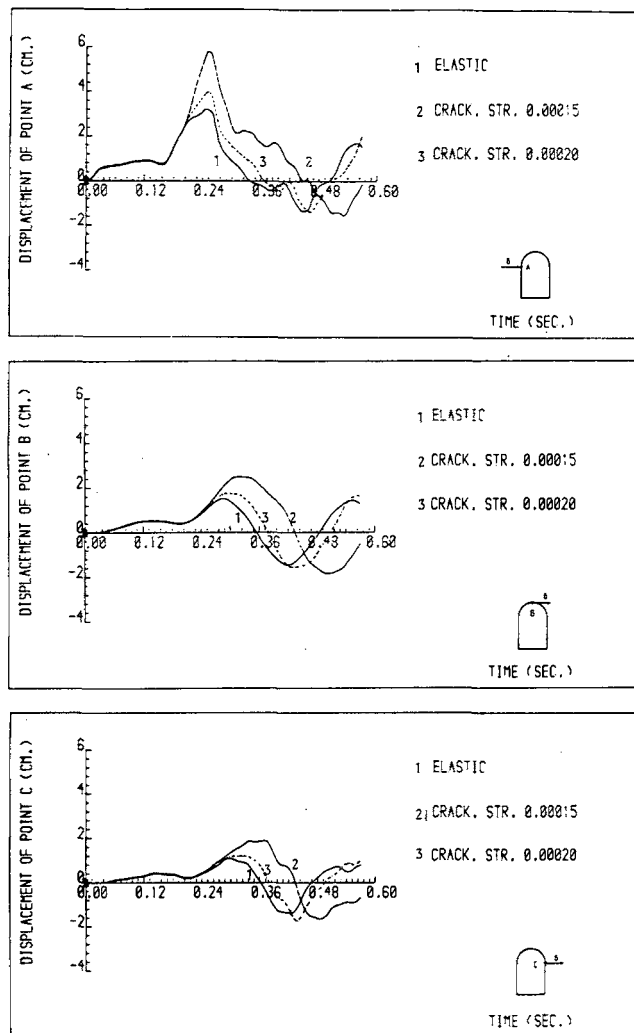


Figura 6. Curvas desplazamiento-tiempo.

La Figura 7 muestra la estructura deformada en diversos instantes para el caso de deformación de fisuración 0.00020. Se observa que el impacto, aparte de causar efectos locales importantes en la zona de choque, excita básicamente el primer modo de vibración de la estructura. A éste corresponden las vacilaciones libres que se observan para tiempos superiores a los 0.35 s.

La Figura 8 muestra la extensión de la fisuración para diversos tiempos, para una deformación de fisuración de 0.00015. Se observa que las fisuras se extienden sobre la mayor parte del hemisferio frontal de la lámina. La zona de impacto está profusamente dañada y partes de la estructura presenta doble fisuración (paredes externa e interna).

Por último, la Figura 9 muestra la extensión de la fisuración para un valor de la deformación de fisuración superior, 0.00020. En este caso, la fisuración queda mucho más localizada en las zonas próximas al impacto, y cercanas al empotramiento en la base.

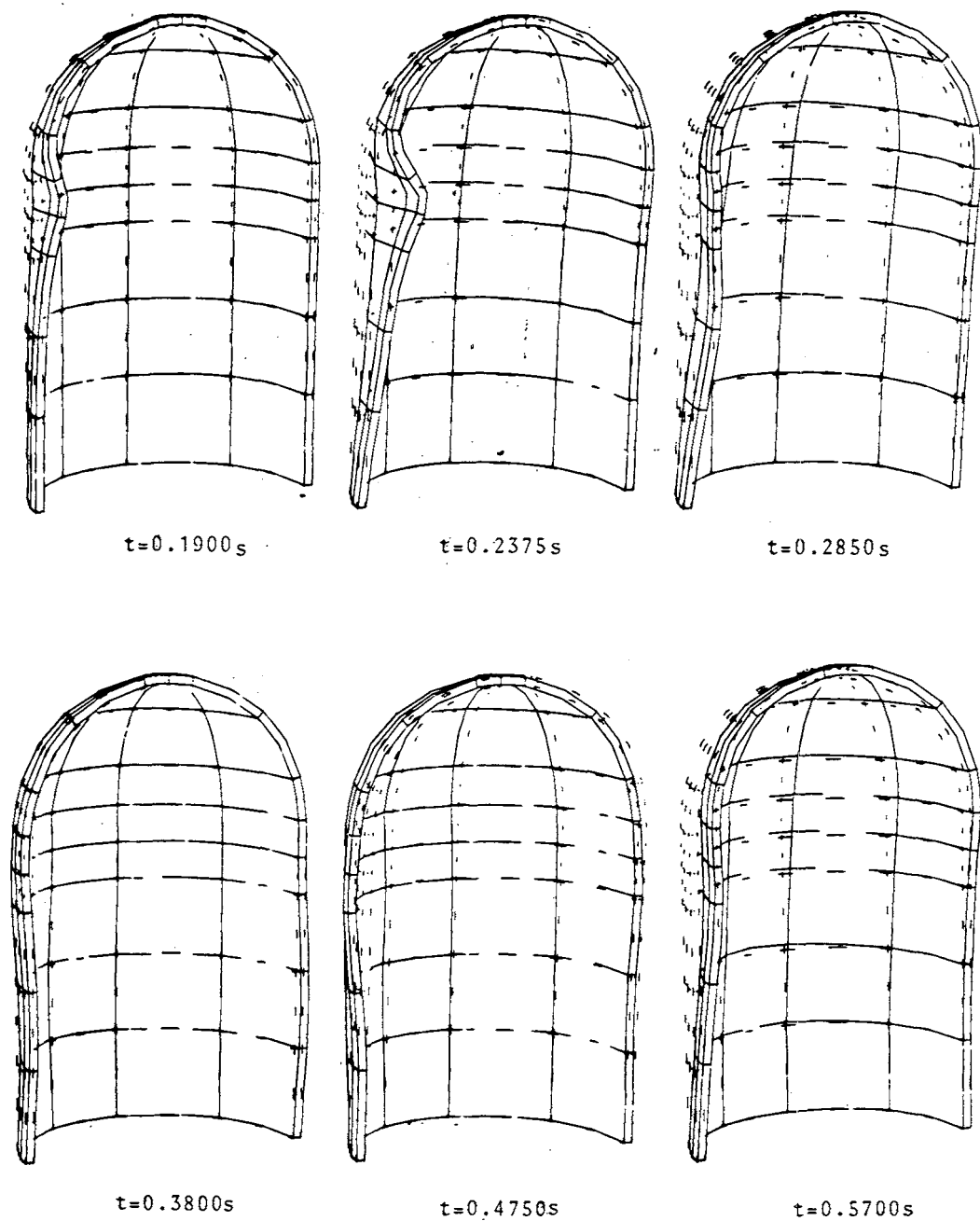


Figura 7. Deformadas para diversos tiempos.

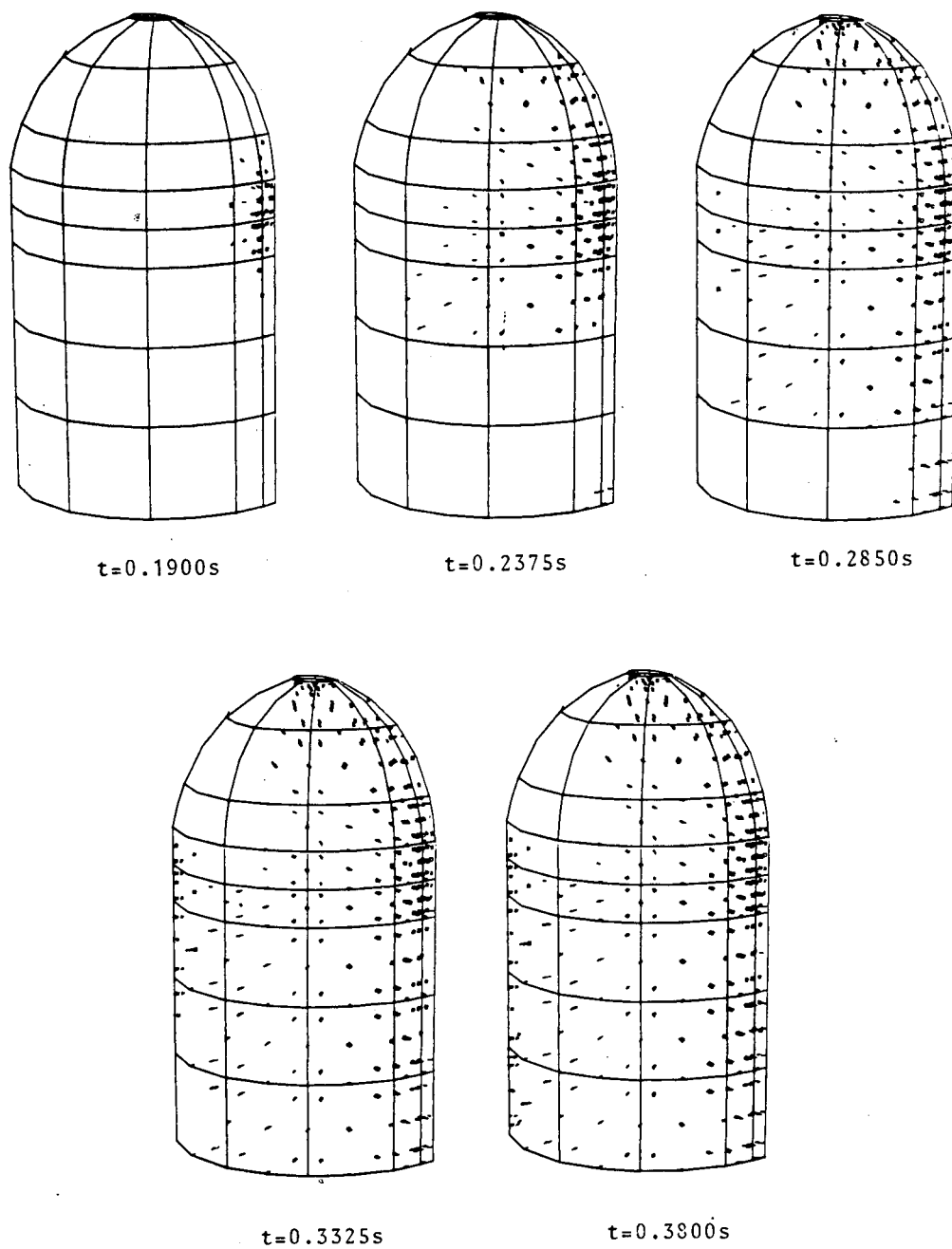


Figura 8. Extensión de la fisuración. Deformación de fisuración 0.00015.

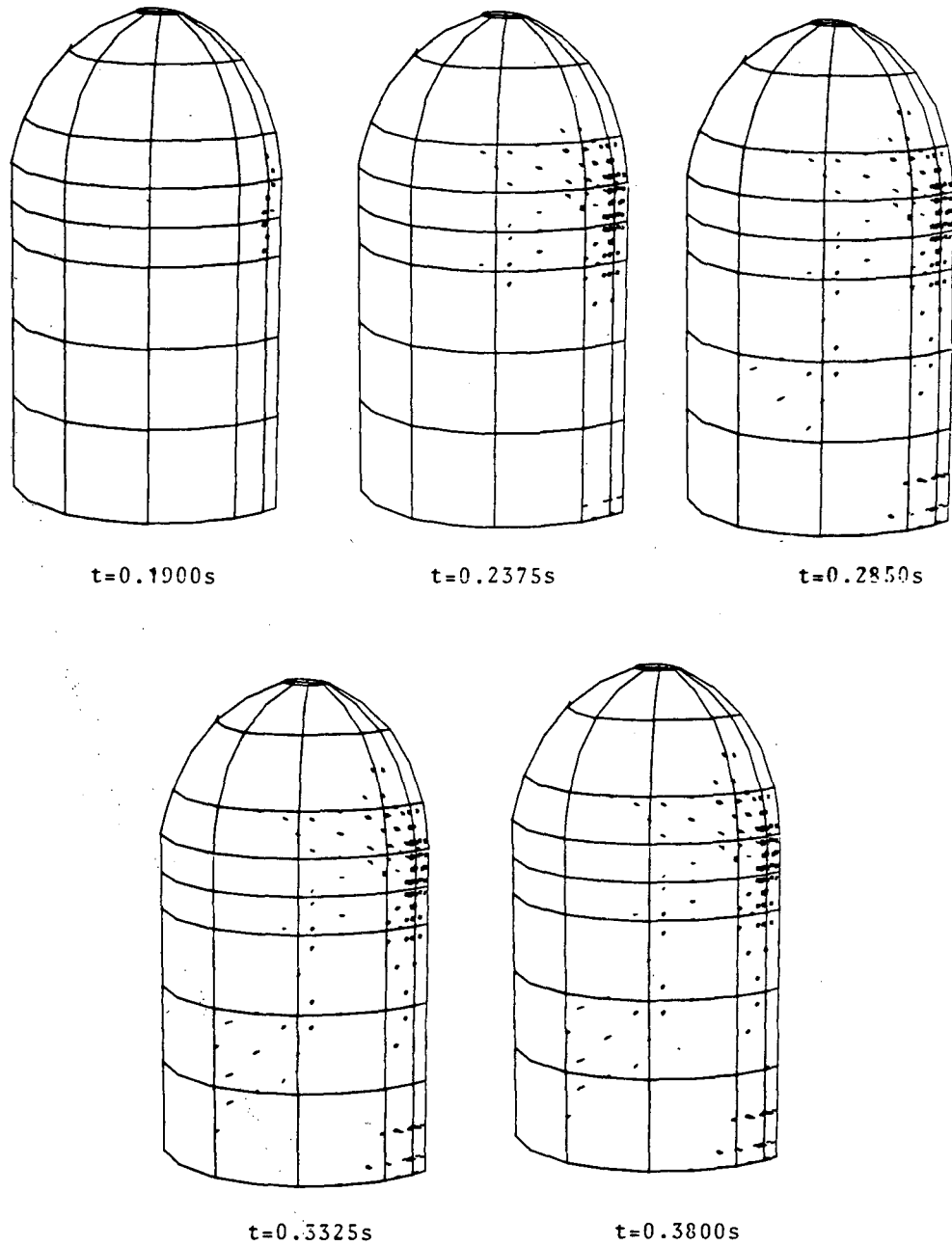


Figura 9. Extensión de la fisuración. Deformación de fisuración 0.00020.

## REFERENCIAS

1. O. C. Zienkiewicz, "*The finite element method*". Mc Graw Hill, London, 1977.
2. E. Hinton, T. Rock y O. C. Zienkiewicz, "A note on mass lumping and related processes in the finite element method". *Earthquake Engng. Struct. Dyn.* Vol. 4, pp. 246-246, 1976.
3. N. Bicanic, "Nonlinear finite element transient response of concrete structures". *Tesis doctoral*, Universidad de Gales, Swansea, 1978.
4. K. S. Surana, "Lumped mass matrices with non-zero inertia for general shell and axisymmetric shell elements". *Int. J. Num. Meth. Engng.* Vol. 12, pp. 1635-1650, 1980.
5. O. Hassan, "Three-dimensional finite element computational model for reinforced concrete structures with graphics". *M. Sc. Thesis*, Universidad de Gales, Swansea, 1986.
6. M. Cervera, E. Hinton y O. Hassan, "Nonlinear analysis of reinforced concrete plate and shell structures using 20-noded isparametric brick element". *Publicación interna*, Universidad de Gales, Swansea, 1986.
7. M. Cervera, E. Hinton y O. Hassan, "Recent developments in the nonlinear analysis of reinforced concrete structures using three dimensional finite element models" en "*Numerical Methods for Nonlinear Problems*". Vol. 3, pp. 323-343, Pineridge Press, 1986.
8. B. M. Irons, "Quadrature rules for brick based finite element". *Int. J. Num. Meth. Engng.* Vol. 3, pp. 393-294, 1971.
9. P. Perzyna, "Fundamental problems in viscoplasticity". *Adv. Appl. Mech.* Vol. 9, pp. 243-377, 1966.
10. H. Kupfer, K. H. Hilsdorf y H. Rush, "Behaviour of concrete under biaxial stresses". *ACI Procceding.* Vol. 66, pp. 656-666, 1969.
11. L. Nilson y M. Oldenburg, "Nonlinear wave propagation in plastic fracturing materials a constitutive modelling and finite element analysis". *IUTAM Symp. on "Nonlinear Deformation Waves"*, Tallin, 1982.
12. N. M. Newmark, "A method of computation for structural dynamics". *J. Engng. Mech. Div. ASCE.* Vol. 85, pp. 67-94, 1959.
13. D. D. J. Owen y E. Hinton, "*Finite elements in plasticity- theory and practice*". Pineridge Press, Swansea, 1980.